



Lingo 与 优化



钟秋平



广东岭南职业技术学院

最优化模型

◆ 线性规划模型

◆ 非线性规划模型

◆ 0 - 1整数规划模型



线性规划模型

线性规划：函数表达式和约束条件都是线性的，目标函数求最大化或最小化值。

线性规划模型

$$\max = x_1 + 2x_2$$

$$s.t \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 3 \\ 2x_1 + 5x_2 \leq 10 \\ x_i \geq 0, (i = 1, 2) \end{cases}$$

约束条件



线性规划模型简介

线性规划是现代科学管理的重要手段之一，是进行**决策**的有效方法。典型的线性规划应用：

- 1) **生产计划问题**；合理利用现有的人力、物力、财力，作出最优的生产计划方案。
- 2) **运输问题**，制订调运方案，以达到费用最小。
- 3) 学生**选课**、学生**参会（赛）**等问题。

模型1：生产计划模型

模型1： 某工厂要生产甲、乙两种产品，已知生产单位产品所需的设备台时及A、B两种原材料的消耗见下表：

| | 甲/单位 | 乙/单位 | 现有资源 |
|-------|------|------|-------|
| 设备 | 1台时 | 1台时 | 300台时 |
| 原材料 A | 2kg | 1kg | 400kg |
| 原材料 B | 0kg | 1kg | 250kg |

该工厂生产甲获利5元/单位，生产乙获利10元/单位。
问工厂如何安排生产获利最多？

模型假设与符号说明

一、模型假设

- 1) 假设现有资源均**有效使用**。
- 2) 假设近期甲、乙两种产品的**价格不变**。

二、符号说明

决策变量记为 x_1 和 x_2

x_1 : 表示生产**甲产品**的数量

x_2 : 表示生产**乙产品**的数量





模型分析

目标函数：求利润**最多**

$$\max = 5x_1 + 10x_2$$

约束条件：包括设备、原料约束

1) 设备约束： $x_1 + x_2 \leq 300$

2) 原料约束： **A原料** $2x_1 + x_2 \leq 400$;

B原料 $x_2 \leq 250$

3) 变量约束： $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

模型建立

综上所述，得到线性规划模型如下：

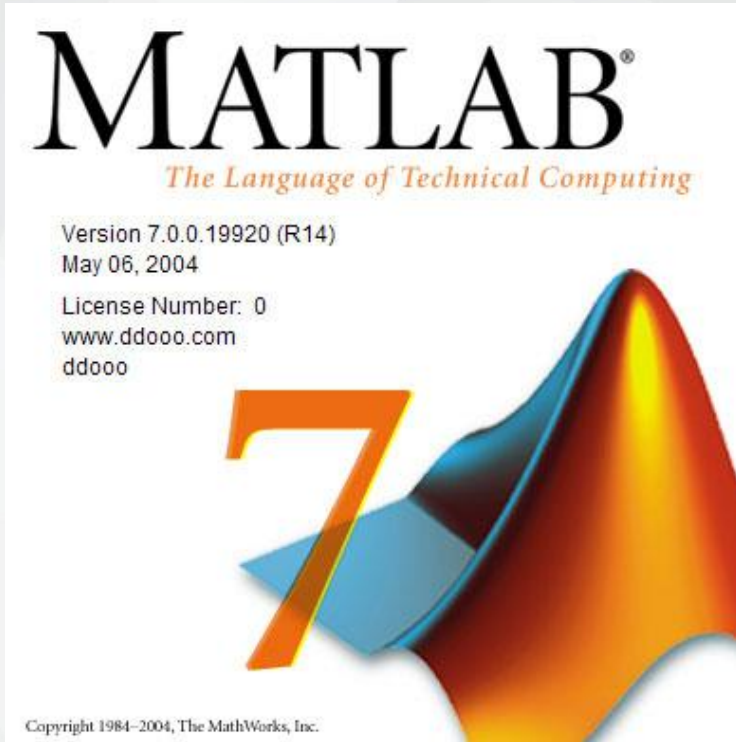
目标函数： $\max = 5x_1 + 10x_2$

约束条件：

$$s.t \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 300 \\ 2x_1 + x_2 \leq 400 \\ x_2 \leq 250 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

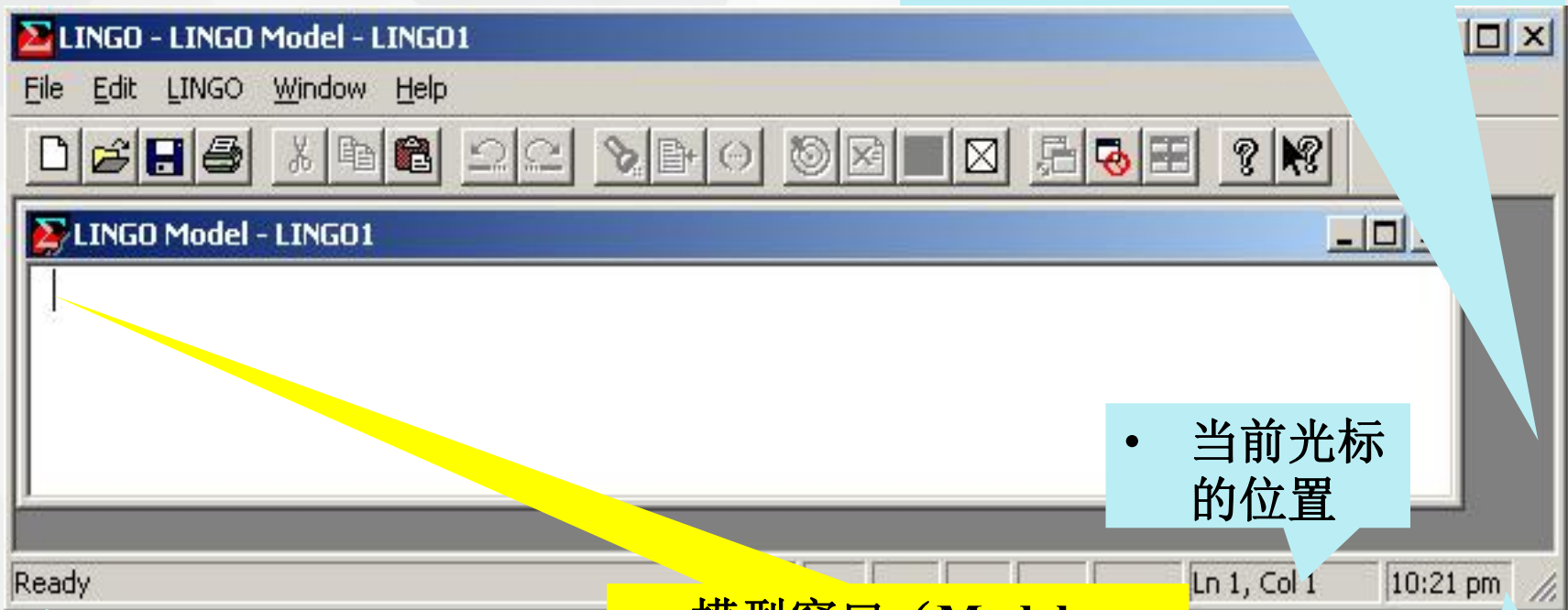


如何求解？



Lingo软件

- LINGO软件的主窗口（用户界面），所有其他窗口都在这个窗口之内。

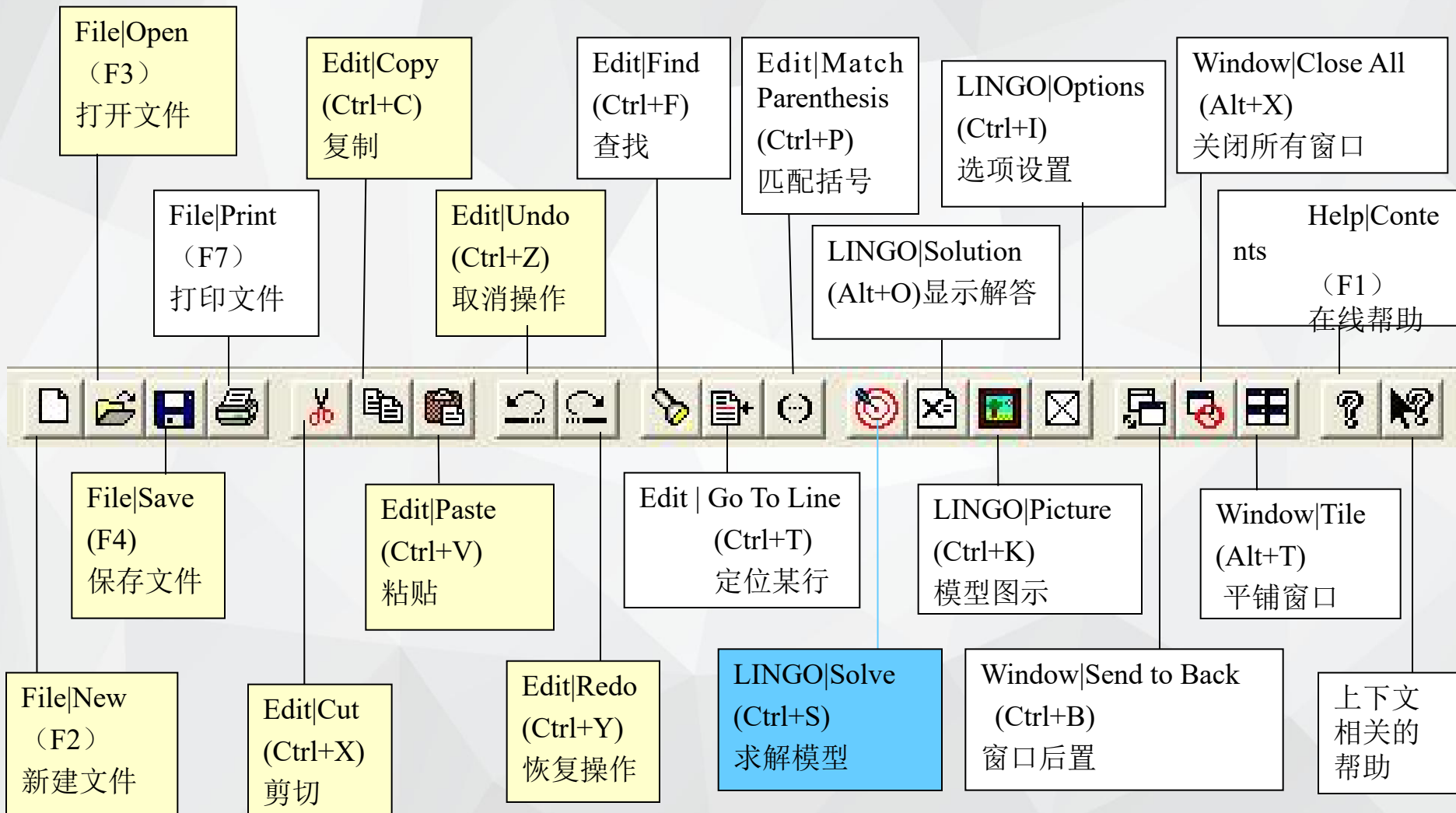


- 状态行（最左边显示“Ready”，表示“准备就绪”）

- 模型窗口（Model Window），用于输入LINGO优化模型（即LINGO程序）。

- 当前光标的位置

- 当前时间





Lingo语句说明

- 1) Lingo不区分大小写字母；变量以字母开头；
- 2) Lingo总是以分号 ; 结束语句；
- 3) Lingo语句不分先后顺序；
- 4) Lingo寻找目标函数根据：MAX= 或 MIN=
- 5) Lingo变量取整数命令：@gin(X1)
- 6) Lingo变量取0- 1命令：@bin(x2)

Lingo运算符

1) 从左向右，
有括号先算括号

2) 优先顺序：
指数运算、
乘除运算、
加减运算

| | 符号 | 例 |
|---|----|-----------|
| 加 | + | $X1 + X2$ |
| 减 | - | $X1 - 3$ |
| 乘 | * | $X * Y$ |
| 除 | / | $X / 5$ |
| 幂 | ^ | $X ^ 3$ |

Lingo关系运算符

| | 符号 | 例 |
|----|--------------|---------------|
| 小于 | $<$ 或 \leq | $X1 \leq 200$ |
| 等于 | $=$ | $X2 = 30$ |
| 大于 | $>$ 或 \geq | $X1 \geq 5$ |

这些关系运算符用来表示优化模型的约束条件。

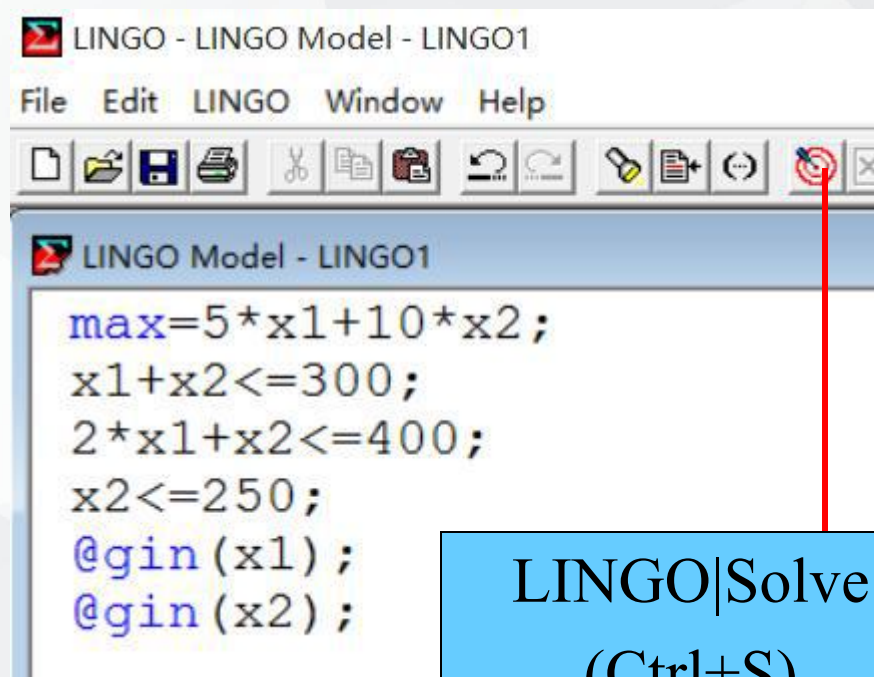
模型1——Lingo求解

线性模型

$$\max = 5x_1 + 10x_2$$

$$s.t \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 300 \\ 2x_1 + x_2 \leq 400 \\ x_2 \leq 250 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Lingo代码



The screenshot shows the LINGO software window titled "LINGO - LINGO Model - LINGO1". The menu bar includes "File", "Edit", "LINGO", "Window", and "Help". The toolbar contains various icons, with a red circle highlighting the "Solve" icon (a target symbol). Below the toolbar, the main window displays the following LINGO code:

```
max=5*x1+10*x2;  
x1+x2<=300;  
2*x1+x2<=400;  
x2<=250;  
@gin(x1);  
@gin(x2);
```

A blue callout box with a black border is positioned to the right of the code, containing the text:

LINGO|Solve
(Ctrl+S)
求解模型

Lingo求解结果分析

求解器状态框

当前模型的类型

解的目标函数值

当前解的状态："Global Optimum", "Local Optimum", "Feasible", "Infeasible"(不可行), "Unbounded"(无界), "Interrupted"(中断), "Undetermined"(未确定)

扩展求解器状态框

目前找到的最佳目标值

使用的特殊求解程序：
B-and-B (分枝定界算法)
Global (全局最优求解)
Multistart(用多个初始点求解)

目标函数值的界

The screenshot shows the 'LINGO Solver Status [LINGO1]' dialog box. It is divided into two main sections: 'Solver Status' and 'Extended Solver Status'. The 'Solver Status' section contains fields for Model (PIILP), State (Global Opt), Objective (2750), Feasibility (0), and Iterations (0). The 'Extended Solver Status' section contains Solver (B-and-B), Best (2750), Obj Bound (2750), St (0), and A (0). At the bottom, there are buttons for 'Update' and 'Interrupt Solver'. Callouts from various text boxes point to these specific fields.

| Solver Status | |
|---------------|------------|
| Model | PIILP |
| State | Global Opt |
| Objective: | 2750 |
| Feasibility: | 0 |
| Iterations: | 0 |

| Extended Solver Status | |
|------------------------|---------|
| Solver | B-and-B |
| Best | 2750 |
| Obj Bound: | 2750 |
| St | 0 |
| A | 0 |

Lingo求解结果分析

Variables (变量数量) :
Total: 变量总数
Nonlinear: 非线性变量数
Integer: 整数变量数

Constraints (约束数量) :
Total: 约束总数
Nonlinear: 非线性约束个数

**Generator Memory
Used (K) (内存使用量)**

Update

- **Elapsed Runtime (hh:mm:ss)**
(求解花费的时间)

The screenshot shows the Solver Status dialog box for the B-and-B solver. It displays the following data:

| Variables | |
|------------|---|
| total: | 2 |
| nonlinear: | 0 |
| integers: | 2 |

| Constraints | |
|-------------|---|
| total: | 4 |
| nonlinear: | 0 |

| Nonzeros | |
|------------|---|
| total: | 7 |
| nonlinear: | 0 |

| Generator Memory Used (K) | |
|---------------------------|----|
| | 16 |

| Elapsed Runtime (hh:mm:ss) | |
|----------------------------|----------|
| | 00:00:01 |

Additional information from the dialog:

- Solver: B-and-B
- Active: 0

Lingo求解结果分析

Global optimal solution found.
Objective value: 2750.000
Extended solver steps: 0
Total solver iterations: 0

| Variable | Value | Reduced Cost |
|----------|----------|--------------|
| X1 | 50.00000 | -5.000000 |
| X2 | 250.0000 | -10.00000 |

| Row | Slack or Surplus | Dual Price |
|-----|------------------|------------|
| 1 | 2750.000 | 1.000000 |
| 2 | 0.000000 | 0.000000 |
| 3 | 50.00000 | 0.000000 |
| 4 | 0.000000 | 0.000000 |

所求的目标值，
最大利润为2750

最优解对应的变量值
X1=50; X2=250

练习

模型2 奶制品加工计划



牛奶限制：50桶

时间限制：480小时

产品限制：至多加工100公斤A

制订生产计划，使每天获利最大

模型3：下料模型

1. 问题提出

原料管：每根19米

客户需求



4米50根

6米20根

8米15根

问题：如何下料最节省？



模型假设与分析

一、模型假设

- 1) 假设切割原料无损耗。
- 2) 假设余料应小于客户需求的最小尺寸视为废料。
- 3) 假设所需原料管不能拿废料连接。

二、模型分析

单一的切割方式：按客户需求的不同长度进行切割。先切割15根8米长的，然后再切割20根6米，最后再切割50根4米长的。



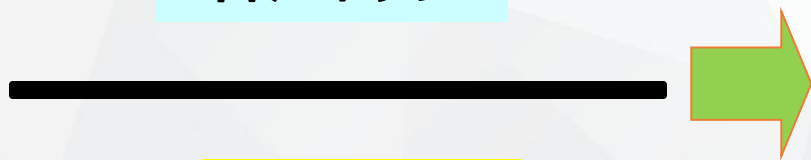
二、模型分析--单一切割模式

切割模式1--只切割8米长



客户需求

需切割多少根19米原料管？



8米15根

$$\left\lceil \frac{15}{2} \right\rceil = ?$$

最后一根剩余余料=? 米



二、模型分析--单一切割模式

切割模式2--只切割6米长



客户需求

需切割多少根19米原料管？

6米20根

$$\left\lceil \frac{20}{3} \right\rceil = ?$$

最后一根剩余余料=? 米



二、模型分析--单一切割模式

切割模式3--只切割4米长



客户需求

需切割多少根19米原料管？

4米50根



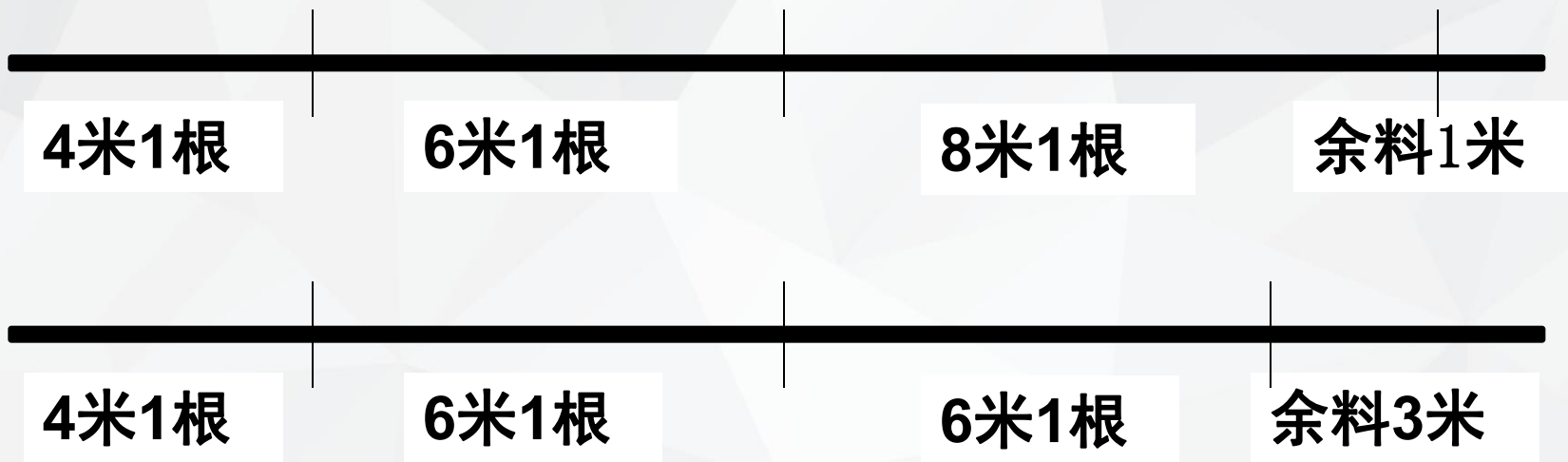
$$\left\lceil \frac{50}{4} \right\rceil = ?$$

满足客户需求最少需多少根原料管？



三、模型分析--组合切割模式

组合切割模式：



1.组合切割方式会不会更节省原管数量?

2.请列举所有可能的切割模式?



三、模型分析--组合切割模式

| 模式 | 4米根数 | 6米根数 | 8米根数 | 余料 |
|----|------|------|------|----|
| | | 0 | 0 | 3 |
| | | 1 | 0 | 1 |
| | | 0 | 1 | 3 |
| | | 2 | 0 | 3 |
| 5 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 6 | 0 | 3 | 0 | 1 |
| 7 | 0 | 0 | 2 | 3 |

如何选择切割模式的组合最节省?

两种标准

1. 原料钢管剩余总余量最小
2. 所用原料钢管总根数最少



四、符号说明

决策变量 x_i 按第 i 模式切割的原料钢管根数($i=1,2,\dots,7$)

| 模式 | 切割根数 | 4米根数 | 6米根数 | 8米根数 | 余料 |
|----|-------|---------|---------|---------|---------|
| 1 | x_1 | $4*x_1$ | $0*x_1$ | $0*x_1$ | $3*x_1$ |
| 2 | x_2 | $3*x_2$ | $1*x_2$ | $0*x_2$ | $1*x_2$ |
| 3 | x_3 | $2*x_3$ | $0*x_3$ | $1*x_3$ | $3*x_3$ |
| 4 | x_4 | $1*x_4$ | $2*x_4$ | $0*x_4$ | $3*x_4$ |
| 5 | x_5 | $1*x_5$ | $1*x_5$ | $1*x_5$ | $1*x_5$ |
| 6 | x_6 | $0*x_6$ | $3*x_6$ | $0*x_6$ | $1*x_6$ |
| 7 | x_7 | $0*x_7$ | $0*x_7$ | $2*x_7$ | $3*x_7$ |
| 需求 | | 50 | 20 | 15 | |

五、模型建立与求解

模型1（总余量最小）

$$\text{Min} = 3x_1 + x_2 + 3x_3 + 3x_4 + x_5 + x_6 + 3x_7$$

$$s.t \begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 \geq 50 \\ x_2 + 2x_4 + x_5 + 3x_6 \geq 20 \\ x_3 + x_5 + 2x_7 \geq 15 \\ x_i \in Z \end{cases}$$

Lingo软件求解结果：

最优解： $x_2=12, x_5=15$

其余为0；

最优值： 27。

五、模型建立与求解

模型2（总根数最少）

$$\text{Min} = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7$$

$$s.t \begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 \geq 50 \\ x_2 + 2x_4 + x_5 + 3x_6 \geq 20 \\ x_3 + x_5 + 2x_7 \geq 15 \\ x_i \in Z \end{cases}$$

$$\text{Min} = \sum_{i=1}^7 x_i$$

$$s.t \begin{cases} \sum_{i=1}^7 x_i a_i \geq 50 \\ \sum_{i=1}^7 x_i b_i \geq 20 \\ \sum_{i=1}^7 x_i c_i \geq 15 \\ x_i \in Z \end{cases}$$

Lingo软件求解结果:

最优解: $x_2=15$, $x_5=5$, $x_7=5$,

其余为0;

最优值: 25。

五、模型建立与求解

模型2（总根数最少）

$$\text{Min} = \sum_{i=1}^7 x_i$$

$$s.t \begin{cases} \sum_{i=1}^7 x_i a_i \geq 50 \\ \sum_{i=1}^7 x_i b_i \geq 20 \\ \sum_{i=1}^7 x_i c_i \geq 15 \\ x_i \in Z \end{cases}$$

$$a=4,3,2,1,1,0,0$$

$$B=0,1,0,2,1,3,0$$

$$C=0,0,1,0,1,0,2;$$

六、模型延伸

思考1： 客户增加需求

————— **5米10根**

思考2： 由于采用不同切割模式太多，会增加生产和管理成本，规定切割模式不能超过3种。如何下料最节省？



提

问

答

疑